

令和6年度個別学力試験問題

数 学

(教 育 学 部)

解答時間 80 分

配 点 150 点

注意事項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号を解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
4. 解答用紙のうら面は使用してはいけません。
5. 問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
6. 問題冊子及び計算用紙は持ち帰ってください。

1 以下の各問に答えなさい。

(1) $0 \leq x \leq 3$ における 2 次関数 $y = x^2 - 2x + c$ の最大値が 1 であるとき、定数 c の値を求めなさい。

(2) $\triangle ABC$ において

$$\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{7} = \frac{\sin C}{8}$$

が成り立つとき、 $\cos B$ の値を求めなさい。

(3) $x + \frac{1}{x} = 1 + \sqrt{2}$ のとき、 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ と $x^3 + \frac{1}{x^3}$ の値をそれぞれ求めなさい。

(4) $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$$

を解きなさい。

(5) $\log_{10} 2 = 0.3010$ とするとき、 5^{10} の桁数を求めなさい。

2 n を 2 以上の自然数とする。2 つの曲線

$$C_1 : y = (x - 1)^2, \quad C_2 : y = \frac{1}{n} x^2$$

について、 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S_n とする。

(1) 実数 α, β について、 $A = \beta - \alpha$ とおく。次の定積分を A を用いて表しなさい。

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx$$

(2) S_n を n を用いて表しなさい。

(3) 不等式 $\left| n\sqrt{n} S_n - \frac{4}{3} \right| < \frac{1}{3}$ を満たす最小の自然数 n を求めなさい。

3 サイコロが2個あり，ひとつは3面が赤く，3面が黒く塗られており，もうひとつは2面が赤く，4面が黒く塗られている。これら2個のサイコロを使って次のゲームを行う。なお，2個のサイコロを同時に1回投げることを「試行」と呼ぶことにする。

- ・試行を最大3回繰り返す。ただし，1回目または2回目の試行で2個とも赤い面が出れば，以降の試行は行わずゲームを終了する。

- ・各試行で出た赤い面の個数の合計をゲームの得点とする。

- (1) 1回の試行で赤い面がちょうど1個出る確率を求めなさい。
- (2) 2回以下の試行でゲームが終了する確率を求めなさい。
- (3) 起こり得るゲームの得点とその確率をすべて求めなさい。