

令和7年度個別学力試験問題

数 学

(理 工 学 部)

解答時間 100 分

配 点 200 点

注意事項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 受験番号を解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 解答は解答用紙の指定された解答欄に記入してください。
4. 解答用紙のうら面は使用してはいけません。
5. 問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁及び汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
6. 問題冊子及び計算用紙は持ち帰ってください。

- 1 正の数 x, y は、次の不等式を満たすとする。

$$(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 \leq \log_2 \frac{y^2}{2\sqrt{2}x^2} \quad \dots\dots (*)$$

- (1) $X = \log_2 x, Y = \log_2 y$ とおくとき、不等式(*)を X と Y で表しなさい。
- (2) (1)で求めた不等式の表す領域を XY 平面に図示しなさい。
- (3) xy の最小値と、そのときの x と y の値を求めなさい。

- 2 三角形 ABC は $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 = 5|\overrightarrow{BC}|^2$ を満たす。3点 L, M, N をそれぞれ辺 BC, AC, AB の中点とし、 $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を θ とする。

- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = s(|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2)$ を満たす定数 s の値を求めなさい。
- (2) 内積 $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CN}$ の値を求めなさい。
- (3) $|\overrightarrow{AL}|^2 = t(|\overrightarrow{BM}|^2 + |\overrightarrow{CN}|^2)$ を満たす定数 t の値を求めなさい。
- (4) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ となるとき、 $\cos \theta$ の値を求めなさい。

- 3 AさんとBさんは赤, 青, 黄, 緑の4枚のカードが入っている箱をそれぞれ持っている。AさんとBさんは同時に1枚ずつ各自の箱からカードを無作為に出すゲームを行い, 同じ色が出たらゲームを終了する。ただし, 1度出したカードは箱に戻さない。

Aさんが k 枚, Bさんが k 枚カードを出した時点でゲームが終了する確率を P_k とする。ここで, $k = 1, 2, 3$ である。

- (1) 確率 P_1 を求めなさい。
- (2) 確率 P_2 を求めなさい。
- (3) 確率 P_3 を求めなさい。

- 4 自然数 n, k に対し, $a_k(n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{i}{n}\right)^k$ とおく。

- (1) $a_2(25)$ を求めなさい。
- (2) $\sum_{k=1}^3 a_k(5)$ を求めなさい。
- (3) $b_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_k(n)}{n}$ とおく。 b_k を k を用いて表しなさい。
- (4) (3)で求めた b_k について, $\sum_{k=1}^{\infty} b_k b_{k+1}$ を求めなさい。

