受験番号	氏名

筆記試験　電磁気学（解答例）

問題番号　【１】

（１）　磁束鎖交数

$$\Phi = n\phi = nB(x,t)ab = nabB_{\mathrm{m}}\cos\omega t\,[\mathrm{Wb}]$$

誘導起電力

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -nabB_{\mathrm{m}}\frac{d}{dt}\cos\omega t = nabB_{\mathrm{m}}\omega\sin\omega t\quad[\mathrm{V}]$$

実効値　$E = \dfrac{nab}{\sqrt{2}}B_{\mathrm{m}}\omega\quad[\mathrm{V}]$

（２）　磁束鎖交数

$$\Phi = n\phi = na\int_0^b B(x,t)\,dx = na\int_0^b B_{\mathrm{m}}\left(1-\frac{x}{b}\right)\cos\omega t\,dx$$

$$= naB_{\mathrm{m}}\cos\omega t\left[x-\frac{x^2}{2b}\right]_0^b = naB_{\mathrm{m}}\cos\omega t\left(b-\frac{b}{2}\right) = \frac{nab}{2}B_{\mathrm{m}}\cos\omega t\,[\mathrm{Wb}]$$

誘導起電力

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{nab}{2}B_{\mathrm{m}}\frac{d}{dt}\cos\omega t = \frac{nab}{2}B_{\mathrm{m}}\omega\sin\omega t\quad[\mathrm{V}]$$

受験番号	氏名

筆記試験解答用紙

問題番号 【２】

(1)

電界に関するガウスの法則は,

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

である。この系は導体球の中心に対して点対称であるため，半径r [m]の球面S上では電界の大きさは一様で向きは球面の法線と同じ向きになる。よって上式は

$$4\pi r^2 \times E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

となる。

(i)　　導体に与えられた電荷は導体表面にのみ存在するため，$r < a$の範囲に電荷は存在せず，ガウスの法則の上式で$Q = 0$となる。よって，$E_{\mathrm{i}}(r) = 0$。

(ii)　　(i)で説明したように電荷は$r = a$に存在するため$a < r$の範囲では閉曲面S内の電荷はQで一定。よって，

$$E_{\mathrm{ii}}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

(2)

電荷Q [C]与えられた際の導体球の表面電位Vは,

$$V = -\int_{\infty}^{a} E(r)\ dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

よって，静電容量Cは,

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 a$$

(3)

$a < r$の領域において電束密度$D(r)$は，対称性から

$$D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

となる。よって，(a) $a < r < a + d$, (b) $a + d < r$における電界$E_a(r), E_b(r)$はそれぞれ,

$$E_a(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_s\varepsilon_0 r^2}, \qquad E_b(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となる。よって，導体球の表面電位Vは，

$$\begin{aligned}
V &= -\int_{\infty}^{a+d} E_b(r)\,dr - \int_{a+d}^{a} E_a(r)\,dr \\
&= \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_{\infty}^{a+d} + \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_s\varepsilon_0 r}\right]_{a+d}^{a} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a+d} + \frac{1}{\varepsilon_s}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+d}\right)\right) \\
&= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_s\varepsilon_0}\left(\frac{\varepsilon_s - 1}{a+d} + \frac{1}{a}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_s\varepsilon_0} \times \frac{a\varepsilon_s + d}{a(a+d)}
\end{aligned}$$

となる。よって，静電エネルギーWは，

$$W = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_s\varepsilon_0} \times \frac{a\varepsilon_s + d}{a(a+d)}$$

受験番号	氏名

筆記試験解答用紙

問題番号 【３】

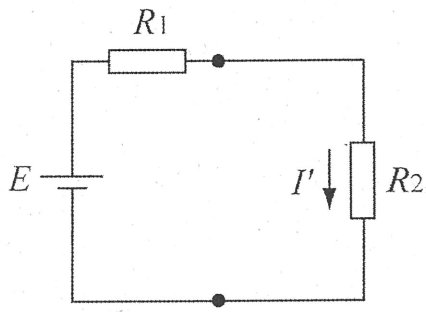
（１）

各電源が単独に存在したときの電流の和が解となる。

電圧源を残す場合は、電流源は開放した回路において、電流を求める。

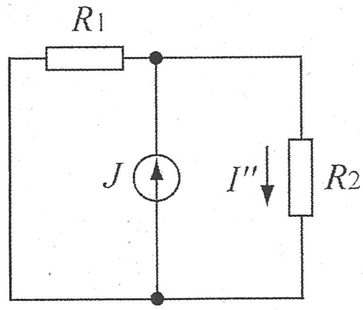
電流源を残す場合は、電圧源は短絡した回路において、電流を求める。

（２）



電圧源を残した回路において抵抗 R_2 を流れる電流 I' は、

$$I' = \frac{E}{R_1 + R_2}$$



電圧源を残した回路において抵抗 R_2 を流れる電流 I'' は、

$$I'' = \frac{R_1 J}{R_1 + R_2}$$

よって，求める電流 I は、

$$I = I' + I'' = \frac{E + R_1 J}{R_1 + R_2}$$

受験番号	氏名

筆記試験解答用紙

問題番号 【4】

解答例

(1)

$$100(1+j\pi)\ \Omega$$

(2)

$$200\sqrt{3}\ \mathrm{V}$$

(3)

$$2\sqrt{\frac{3}{1+\pi^2}}\ \mathrm{A}$$

(4)

$$\frac{3600}{1+\pi^2}\ \mathrm{W}$$

受験番号	氏名

筆記試験解答用紙

問題番号　【５】

(1)
原子力発電所のタンクに貯蔵された水はほとんどすべての放射性物質を除去できる多核種除去設備で処理されている。

(2)
Japan dilutes the treated water to bring tritium levels to below international safety standards.

(3)
^{3}H

受験番号	氏名

筆記試験解答用紙

問題番号　【６】

(1)

① What do you think wine is made from?

② The traffic jam prevented them from getting there on time.

③ Missing the train means waiting for half an hour.

(2)

① (c)

② (d)

③ (d)

(3)

① direct current

② resistor

③ circuit

④ electric field

⑤ signal